Cuaderno de actividades 1º

PROBABILIDAD

A). Experimento aleatorio. Espacio muestral. Operaciones con sucesos

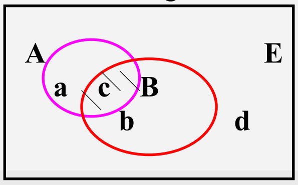
1. Dar dos ejemplos de experimentos aleatorios. Indica cuáles son sus sucesos elementales.

2. Encuentra el espacio muestral del experimento lanzar dos monedas. Si se define el suceso A =“al menos una sea cara”, ¿de cuántos sucesos elementales consta A?

3. Si A y B son dos sucesos del espacio muestral E, éste queda dividido en cuatro partes. Haz un diagrama de Venn que recoja la situación.

Solución
Los que están en A y no en B, **a,** los que están en B y no en A, **b,** los que están en ambos,**c,** y los que no están ni en a ni en B,**d**.

Figura 2



En el dibujo se ha indicado el número de sucesos elementales que les corresponden.

4. Hacer un diagrama de Venn en el caso de que A = “sacar un dos” ; B = “sacar par”

5. . Si consideramos el suceso A = sacar dos cruces, al lanzar dos monedas, calcula el complementario de A, es decir A^c .

6. Considera los conjuntos A y B del ejemplo 3. Indica cuántos elementos tiene: el contrario de B, la unión y la intersección de A y B, y el conjunto A - B.

7 .Se extraen dos cartas de una baraja española. Si A = “ las dos sean copas” y B = “ una sea copas y la otra rey” , calcula $A \cap B$

8.Una bolsa contiene 10 bolas numeradas del 1 al 10. La experiencia consiste en extraer una bola. Si consideramos los sucesos A = “obtener número primo” y B = “ obtener múltiplo de 3” escribe los sucesos A, B, $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cup A'$, $A \cap A'$

9. Si lanzamos un dado dos veces escribe todos los resultados posibles. ¿Cuántos de estos sucesos componen el suceso A = "el primero salió un 6". ¿Y si lanzáramos tres?

10. En una determinada población el 50% ha estado casado alguna vez, el 50% tiene menos de 70 años y el 80% no padece ninguna enfermedad contagiosa. De estos últimos el 60% tiene menos de 70 años y el 40% ha estado casado alguna vez. De los que han estado casados alguna vez, sólo el 20% tiene menos de 70 años. El 10% de la población reúne las tres condiciones. Representar la información anterior en un diagrama de Venn.

Solución

(Por comodidad en la representación consideramos que la población tiene 100 personas)

Sea C el conjunto de los que han estado casados alguna vez.

" B " tienen menos de 70 años.

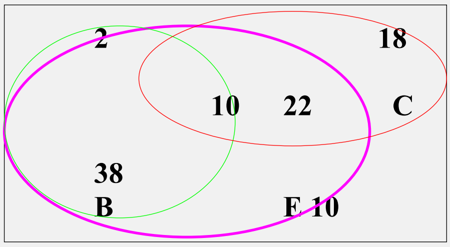
" E " no padecen enfermedad contagiosa.

Se verifica :

card (C) = 50% de la población; card (E) = 80%; card (B) =50%:

card ($E \cap B$) = 48%; card ($E \cap C$) = 32%; card ($C \cap B$) = 10%;

card ($C \cap E \cap B$) = 10%



11. Con los datos del problema anterior **c**alcula el porcentaje de individuos que no habiendo estado casados nunca, tengan menos de 70 años y no padecen enfermedad contagiosa.

Indicación : es el cardinal de $C' \cap B \cap E$

12. Cada pregunta de un examen tiene dos respuestas alternativas de las que sólo una es correcta. Un alumno contesta al azar un examen de este tipo con tres preguntas.

a) Construya un espacio muestral adecuado a esta experiencia.

b) Calcule p(B), p($A \cap B$), p(C), p($B \cup C$), siendo A, B y C los siguientes sucesos:

A = "El alumno contesta correctamente la primera pregunta"

B = "El alumno contesta correctamente dos de las tres preguntas"

C = "El alumno contesta correctamente las tres preguntas".

B). *Espacio probabilístico asociado a un experimento aleatorio.*

Idea intuitiva de probabilidad. Asignación de probabilidades

1. Comenta cada una de las siguientes afirmaciones:
a). No es muy probable que me toque la lotería.
b) Una profesora de inglés aprobó el curso pasado al 80% de sus alumnos. Este año me ha tocado con ella así que lo más probable es que apruebe.
c). Una pareja ha tenido 4 hijos, todos ellos niños. Luego lo más probable es que el próximo sea niña.
d) Me han dicho que sufre un accidente un avión de cada 1000. Me he informado bien, y resulta que el último vuelo que ha salido es el número 999 sin haber sufrido accidente ninguno de ellos, así que no se te ocurra coger el próximo avión.

2. Lanzar un dado 30 veces y calcula las frecuencia relativa del suceso obtener un 6.

3. Si lanzamos un dado ¿cuál es la probabilidad de cada resultado?
Solución
Si el experimento es lanzar un dado, que no esté trucado, se cumple el postulado de indiferencia y a cada resultado se le asigna como probabilidad **a priori** el valor 1/6.

4. Consideremos el experimento lanzar dos monedas al aire. Calcular la probabilidad del suceso sacar una cara y una cruz.

5. Calcula la probabilidad de obtener dos 6 al lanzar dos dados.

6. Se extrae una bola de una bolsa que contiene 4 bolas blancas, 5 rojas y 2 negras. ¿Cuál es la probabilidad de que no sea negra?

7. En una baraja hemos suprimido varias cartas. Entre las cartas que nos quedan se dan las siguientes probabilidades de ser extraídas: p(R) = 0,15, p(B) = 0,3, p(carta que no sea ni rey ni basto) = 0,6. ¿Está entre ellas el rey de bastos?. En caso afirmativo calcula su probabilidad.

8.. En una determinada población, el 70% son aficionados al fútbol, el 60% al tenis y el 65% al baloncesto. El 45% lo son al fútbol y al tenis, el 40% al tenis y al baloncesto y el 50% al futbol y al baloncesto, mientras que el 30% lo son a los tres deportes. ¿Cuál es la probabilidad de que un individuo escogido al azar no sea aficionado a ninguno de los tres deportes?
Solución
Pasamos al contrario, es decir calculamos en primer lugar la probabilidad de que sea aficionado al menos a uno de los tres.
$p(F \cup T \cup B) = 0{,}70 + 0{,}60 + 0{,}65 - 0{,}45 - 0{,}40 - 0{,}50 + 0{,}30 = 0{,}90$
Por lo tanto p(“no sea aficionado a ningún deporte de los tres”) = 1 - 0,90 = 0,10.

9. . Sean A y B dos sucesos tales que $p(A \cup B) = p(A \cap B)$.
¿Cuánto valen $p(A - B)$ y $p(B - A)$?
Si $p(A \cup B) = 1/2$, Cuánto valen p(A) y p(B)?

10 ¿Cuál es la probabilidad de que al tirar dos dados la suma de puntos obtenidos sea 5?.

11. ¿Cuál es la probabilidad de que al tirar dos dados la suma de puntos obtenidos sea ≤ 10 .?

12.. Sean A y B dos sucesos tales que $p(A \cup B) = p(A \cap B)$.
¿Cuánto valen $p(A - B)$ y $p(B - A)$?
Si $p(A \cup B) = 1/2$, Cuánto valen p(A) y p(B)?

13. Si A y B son sucesos de un cierto experimento aleatorio, ¿puede ser p(A) + p(B) > 1?. Razonar la respuesta.

14. Si A y B son dos sucesos tales que p(A) = 1/5 p(B) = 3/4 y $p(A \cap B) = 3/20$, entonces podemos asegurar:
a) $A \subset B$, pues p(A)< p(B).
b) $A \cup B$ es el suceso seguro.
c) $p(A \cup B) = 4/5$

15. Lanzamos un dado hasta observar por segunda vez un 6. Hallar la probabilidad de que tal cosa suceda antes del quinto lanzamiento.
Solución
Observar un 6 por segunda vez (antes del 5º) puede ocurrir al 2º, 3º ó 4º lanzamiento,
P(ocurra en 2º) =1/36; 6 y 6
P(ocurra en 3º) = 2. (5/6).(1/36)= 5/108; 6 6, 6 6 (dos 6 y otro número cualquiera)
P(ocurra en 4º) = 3. (25/36).(1/36) = 25/432; 6 6 (dos 6 y los otros dos nº cualesquiera 3 formas para esta situación).
P(observar un 6 por segunda vez antes del 5º lanzamiento)= 1/36 + 5/108 + 25/432 = 0,132

16. Lanzamos una moneda hasta observar la segunda cara. ¿Cuál es la probabilidad de observar dos cruces antes de que se observe la segunda cara.

17. Calcular la probabilidad de obtener un as ó una copa al extraer una carta de una baraja española.

18. Una urna contiene tres bolas rojas y dos verdes y otra contiene dos bolas rojas y tres verdes. Se toma, al azar, una bola de cada urna. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean del mismo color?¿ y la de que sean de distinto color?.

19 De una baraja de 40 cartas extraemos dos cartas a la vez., ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de ellas sea copas?.

Solución . Sea A el suceso “ al extraer dos cartas al menos una es copas”

Pasamos al contrario, A^c , es decir calculamos la probabilidad de que ninguna sea copas.

Sucesos posibles: $\binom{40}{2}$, que son todos los grupos de 2 cartas que se pueden sacar.

Sucesos favorables: $\binom{30}{2}$ pues hay 30 cartas que no son copas.

Por la regla de Laplace[1]

tenemos: $p(A^c) = \dfrac{\binom{30}{2}}{\binom{40}{2}} = \dfrac{30}{40}\dfrac{29}{39} = \dfrac{29}{52} = 0{,}56 \Rightarrow p(A) = 1 - 0{,}56 = 0{,}44$

20 Calcular la probabilidad de al extraer dos cartas de una baraja las dos sean copas.

21 Se lanza una moneda sucesivamente tres veces. Calcula la probabilidad de que salgan dos caras y una cruz.

22. Se lanza dos al aire un dado . Estudia la probabilidad de los siguientes casos:

a) la segunda vez sale par:

b) una de las veces sale par

[1] Se puede resolver sin utilizar la combinatoria

C) *Experiencias compuestas. Probabilidad condicionada*

1. Supongamos un dado cuyas caras pares son de color negro y las impares de color rojo. Se lanza el dado y la cara obtenida es de color negro. ¿cuál es la probabilidad de que salga un 3? ¿y de que salga un 6?. Razona la respuesta.

2. En una determinada localidad hay tres partidos políticos: PP, PSOE e IU. Se efectúa un referéndum para decidir si un cierto día se declara fiesta local. La siguiente tabla nos da los resultados en % en función del partido al que votó cada ciudadano en las últimas elecciones:

	PP	**PSOE**	**IU**	**Abs.**
Sí	25	20	8	12
No	15	10	2	8

a) ¿Qué probabilidad hay de que una persona tomada al azar haya votado Sí en el referéndum?
b) Calcular la probabilidad de que un individuo sea del PP sabiendo que ha votado sí.
Solución:
En primer lugar completamos la tabla con las sumas parciales:

	PP	**PSOE**	**IU**	**Abs.**	
Sí	25	20	8	12	65
No	15	10	2	8	35
	40	30	10	20	100

a) p(**Sí**) = 0,65; b) p(**PP/Sí**) = 25/65 = 0,38.

3. Suponiendo que la riqueza es independiente del sexo, calcular:
a) Las probabilidades que faltan en la tabla

	Rico/a	Pobre	Total
Hombre	—	—	0,607
Mujer	—	—	0,393
	0,002	—	

b) La probabilidad de que sabiendo que una persona no es pobre que sea hombre.
c) La probabilidad de que una persona sea rica o mujer.

4. . En una clase de COU el 45% de los estudiantes suspende Matemáticas, el 60% suspende física y el 30% suspende ambas. Se selecciona al azar un alumno:
a) Si suspendió Física ¿Cuál es la probabilidad de que suspendiera Matemáticas?
b) Si suspendió Matemáticas " " Física?
Solución
Sea A = "suspende Matemáticas" y B = " suspende Física"
$p(A) = 0{,}45$; $p(B) = 0{,}60$; $p(A \cap B) = 0{,}30$
a) $p(A/B) = 0{,}30/0{,}60 = 1/2$; $p(B/A) = 0{,}30/0{,}45 = 2/3$

5. Calcular la probabilidad de que al extraer dos cartas de una baraja española la 1ª sea copas y la 2ª bastos.

6 En una clase estudian bastante el 60%, y el resto estudian muy poco. De los alumnos que estudian bastante aprueba el 80%, y de los que estudian muy poco sólo aprueba el 10%. Después de hacer el examen se eligió al zar un alumno y resultó que había suspendido. Determinar la probabilidad de que hubiera estudiado bastante.

7. Tenemos una urna con 5 bolas rojas y 4 bolas negras y extraemos dos bolas, ¿de cuántas formas podemos hacerlo? ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean rojas en todos los casos? ¿qué observas?. ¿cuál es la probabilidad de una roja y la otra negra?

Solución esto lo podemos hacer de **tres** formas:

1º) *con reemplazamiento*. La primera que se extrae se devuelve a la urna.

2º) **sin reemplazamiento**. " " **no** se devuelve "

3º) **simultáneamente**. Las dos a la vez.

5 **R**
4 **N**

Vamos a calcular la probabilidad de que las dos sean rojas.

1º) p(1ªR, 2ªR) = $\frac{5}{9}\frac{5}{9} = \frac{25}{81}$ con reemplamiento; 2º) p(1ªR, 2ªR) = $\frac{5}{9}\frac{4}{8} = \frac{5}{18}$ sin reemplazamiento;

3º) p(las dos rojas) = $\dfrac{\binom{5}{2}}{\binom{9}{2}} = \dfrac{\frac{5.4}{2}}{\frac{9.8}{2}} = \frac{5}{18}$ a la vez.

Observamos que en los caso **2º y 3º** la <u>probabilidad es la misma</u> y su cálculo más sencillo considerando extracciones sucesivas.

Veamos para el otro suceso.

Si queremos calcular la probabilidad de que al extraer dos bolas una sea roja y la otra negra:

A la vez.

p(una roja y otra negra) = $\dfrac{\binom{5}{1}\binom{4}{1}}{\binom{9}{2}} = 2.\frac{5.4}{9.8} = \frac{5}{9}$

<u>Sin reemplazamiento.</u>

:

p (una roja y otra negra) = p(RN) + p(NR) = $\frac{5}{9}\frac{4}{8} + \frac{4}{9}\frac{5}{8} = 2\frac{5.4}{9.8} = \frac{5}{9}$, luego coinciden de nuevo.

Podemos concluir que en determinados casos simultáneamente "equivale " a extracciones sucesivas sin reemplazamiento

8. En una urna hay 3 bolas blancas , 5 rojas y 4 negras. Se extraen tres bolas consecutivamente, sin reemplazamiento. Calcular la probabilidad de que las tres sean rojas

9. De una baraja de 40 cartas extraemos dos cartas a la vez. Si ambas no son espadas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de ellas sea copas?.
Solución ..
Llamamos A al suceso "al extraer dos cartas al menos una sea copas sabiendo", que ninguna es espada.
Calculamos en primer lugar la de su *contrario*, A^c, es decir la del suceso de que ninguna sea copas:
Podemos suponer que sólo hay 30 cartas en la baraja al saber que no son espadas.

$$P(A^c) = \frac{\binom{20}{2}}{\binom{30}{2}} = \frac{20.19}{30.29} = \frac{38}{87} = 0{,}437 \text{ luego:}$$

P(A) = 1 - 0,437 = 0,563

10 De una baraja de 40 cartas se extraen dos de ellas a la vez. Calcula la probabilidad de que:
a) las dos sean reyes
b) Una sea copas y otra el rey de espadas.
c) al menos una sea copas.

11. Un 65% de los alumnos de un centro han aprobado Matemáticas, un 70% ha aprobado Filosofía, y un 53% ha aprobado ambas materias. Si se elige al azar un estudiante, calcúlese la probabilidad de que:

a) haya aprobado al menos una de las dos materias.
b) haya suspendido ambas materias

c) Si aprobó Matemáticas ¿Cuál es la probabilidad de haber aprobado filosifía

12. Una urna contiene 8 blancas y 7 negras, hacemos una extracción de 2 bolas, en el supuesto de que hemos visto que una de estas bolas es negra. ¿Cuál es la probabilidad de que la otra también lo sea?
Solución
Sea el suceso A = "al extraer dos bolas, al menos una sea negra"
" B = "al extraer dos bolas, las dos sean negras"

Se verifica $B \subset A$, luego $A \cap B = B$ y $p(B) = \frac{7}{15}\frac{6}{14} = \frac{1}{5}$;

$p(A) = 1 - p(A^c) = 1 - \frac{8}{15}\frac{7}{14} = 1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$;

La probabilidad pedida es: $p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{11}{15}} = \frac{3}{11}$

13. De una baraja de 40 cartas hacemos dos extracciones sucesivas, sin devolución . Calcula la probabilidad de que:
a) las dos sean reyes.
b) una sea copas y la otra espadas
c) al menos una sea copa

14. Un avión con tres bombas trata de destruir una línea férrea; la probabilidad de destruir la línea con cualquiera de las bombas es 1/3. ¿Cuál es la probabilidad de que la línea quede destruida si el avión emplea las tres bombas?
Solución
La probabilidad de que una *determinada* bomba no haga blanco es : $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

La probabilidad de que **ninguna haga blanco**, es $\left(\frac{2}{3}\right)^3$,(es decir no acierte ni 1ª, ni 2ª ni, 3ª), pues son sucesos *independientes.*

La probabilidad de que **al menos una haga blanco** es 1 - $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{19}{27}$, ya que son contrarios.

15. Las academias A y B preparan a los opositores para la policía local. De 120 aspirantes preparados por la academia A, aprobaron 90. El total de suspensos fue de 100 de los 400 presentados entre ambas academias. Estudiar la posible dependencia o independencia de los sucesos “aprobar” y “suspender” respecto a estudiar en una u otra academia.

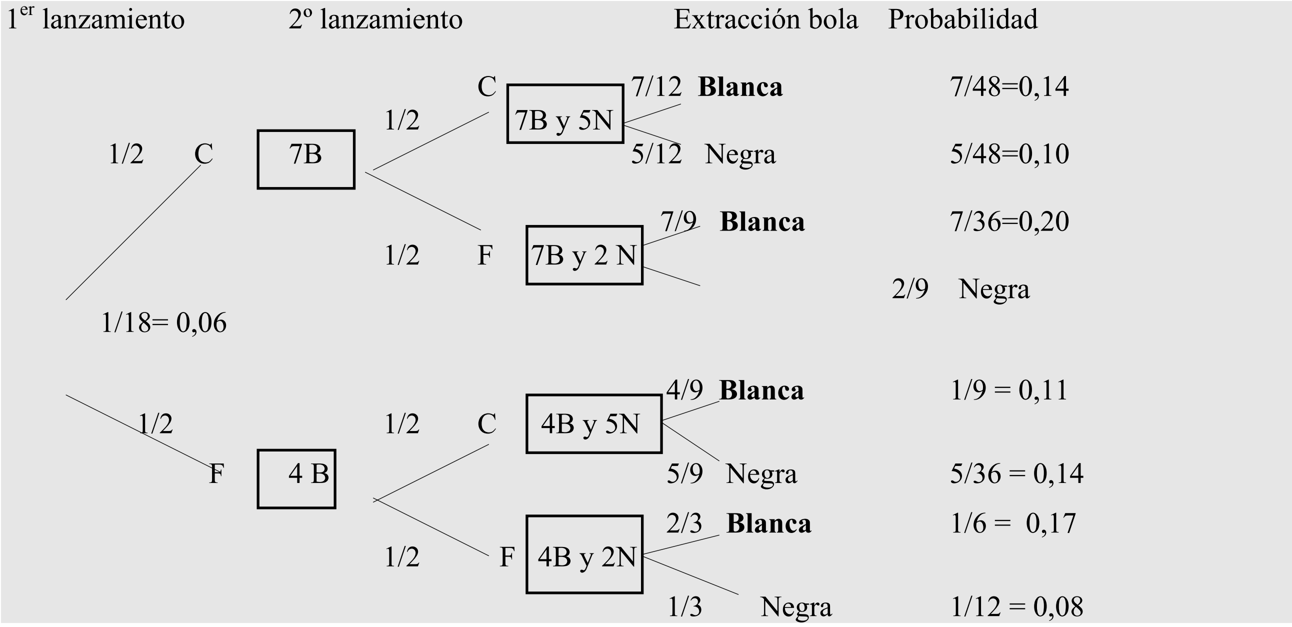
16. En un Instituto de Secundaria se sabe que el 45% de los estudiantes es varón., de estos el 25% lleva gafas y de las chicas sólo lleva gafas el 15%. Calcula el porcentaje de alumnos que usan gafas en el instituto.

17.. La probabilidad de obtener sobresaliente en un examen es 0,9, si se estudia mucho. Un alumno estudia mucho en cuatro exámenes. ¿Cuál es la probabilidad de no obtener ningún sobresaliente?

18. Se lanza un dado, si el número obtenido es < 3 se extrae una bola de una urna U_1 que contiene 4 bolas blancas y 3 rojas; si el número es ≥ 3 se extrae una bola de una urna U_2 que contiene 2 bolas blancas y 6 rojas. Calcular la probabilidad de que salga un 5 y que la bola sea roja.
Solución
p(5, R) = p (5). p(R/5) , ya que son dependientes.
p(5) = 1/6 y como 5> 3, p(R/5) = 6/8 = 3/4. Por lo tanto p(5, R) = 1/8.

D) *Teoremas de la probabilidad total y de Bayes.*

Ejemplo 1.Se lanza una moneda y si sale cara se ponen 7 bolas blancas en una urna y si sale cruz se ponen 4 blancas. Se vuelve a lanzar la moneda y se ponen 5 o 2 bolas negras, según se saque cara o cruz. Despues se saca una bola de urna así compuesta. Veamos las distintas posibilidades:



Si queremos la probabilidad de que sea blanca, se tendrá:
p(B) =7/48 + 7/36 + 1/9 +1/6= 89/144 = 0,62
(El *teorema de la probabilidad total* formaliza este resultado).
Si sabemos que la bola que ha salido es blanca ¿cuál es la probabilidad de que hayan salido dos caras?
Teníamos los siguientes resultados :

Se extrae blanca cuando CC: 0,14
" blanca cuando CF: 0,20
" blanca cuando FC: 0,11 — blanca : 0,62
" blanca cuando FF: 0,17

Esto puede interpretarse así: de cada 62 veces que extraemos blanca, 14 veces ocurre cuando sale CC, luego la proporción es 0,14/0,62 = 0,225%
Podemos afirmar pues que p(CC/B) = 0,225.
La *fórmula de Bayes* nos justifica este resultado.

Ejemplo 2. Supongamos que B es el suceso que al extraer una bola de entre dos urnas ésta sea blanca.
Las urnas tienen las siguientes composiciones.

2 blancas 3 negras	3 blancas 4 negras

El de que urna hay que elegir viene dado por el lanzamiento de una moneda.
Solución.
Sea: A_1 el suceso elegir la 1ª urna y A_2 el suceso elegir la 2ª urna. Forman un sistema exhaustivo.
La probabilidad de ambos es 1/2.
$p(B/A_1) = 2/5$ y $p(B/A_2) = 3/7$, a estas probabilidades se les llama parciales y a:

$$p(B) = \frac{1}{2}\frac{2}{5} + \frac{1}{2}\frac{3}{7} = \frac{29}{70} \quad \text{probabilidad total}$$

Ejemplo 3. Un libro tiene 3 capítulos. El 85% de las páginas del 1[er] capítulo no tiene ningún error. El 90% del segundo y el 95% del tercero tampoco tienen ningún error.
El primer capítulo tiene 125 páginas, el 2º 150 y el 3º 175.
1º ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir una página al azar no tenga ningún error?
2º Supongamos que elegimos una página al azar y observamos que no tiene ningún error. ¿Cuál es la probabilidad de que sea del 2º capítulo?
Solución
1º Llamamos: A_1 = "ser página del primer capítulo", $p(A_1) = 125/450 = 5/18$
A_2 = "ser página del segundo capítulo", $p(A_2) = 150/450 = 1/3$
A_3 = "ser página del tercer capítulo" , $p(A_3) = 175/450 = 7/18$

A_1 , A_2 y A_3 forman un sistema exhaustivo.

Sea B = "ser página que no tenga errores"

$p(B/A_1) = 0{,}85$, $p(B/A_2) = 0{,}90$, $p(B/A_2) = 0{,}95$ y por lo tanto:

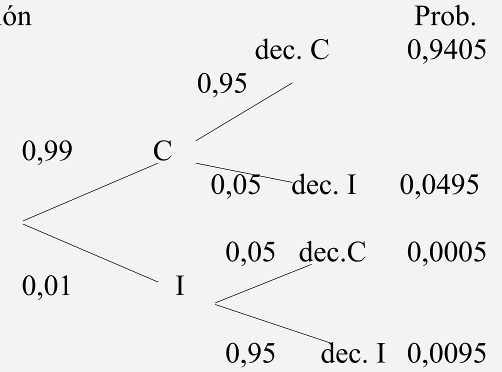
$$p(B) = \frac{5}{18}\frac{85}{100} + \frac{1}{3}\frac{9}{10} + \frac{7}{18}\frac{95}{100} = 0{,}905$$

2º Aplicando la fórmula de Bayes

$$p(A_2 / B) = \frac{p(A_2)p(B/A_2)}{p(B)} = \frac{0{,}3}{0{,}236 + 0{,}3 + 0{,}369} = 0{,}3331$$

Ejercicio. Hacer el problema sin usar las fórmulas, es decir usando diagramas de árbol.

Ejemplo 4. En un cierto país, el 99% de los detenidos y sometidos a juicio son culpables del delito que se les imputa. Los jueces, al emitir veredicto, aciertan en el 95% de los casos, tanto si el acusado es culpable como inocente. Según estos datos, calcúlese la probabilidad de que:
a) un ciudadano inocente haya sido declarado culpable.
b) sea culpable, si ha sido declarado inocente.
Solución



Luego:
p(dec. C) = 0,9405 + 0,0005 =0,9410, p(dec. I) = 0, 0495 + 0,0095 = 0,0590
p(I /dec. C) = 0,0005/0,9410 = 0,00053
p(C/ dec. I) = 0,0495/0,0590 = 0, 8389

Ejercicio. Hay una epidemia de cólera (C). Consideramos como uno de los síntomas la diarrea (D), pero este síntoma se presenta también en personas con intoxicación (I), e incluso en algunas que no tengan nada serio (N). Las probabilidades son:

$p(D/C) = 0{,}99$; $p(D/I) = 0{,}5$; $p(D/N) = 0{,}004$

Se dan los siguientes porcentajes: el 2% de la población tiene cólera y el 0,5 % intoxicación.
Si una persona tiene diarrea calcula la probabilidad de que tenga cólera.

Ejemplo 5 . Se tiene 3 urnas con las siguientes composiciones:

A_1	1 b	2 n	3 r
A_2	2 b	1 n	1 r
A_3	4 b	5 n	3 r

Se elige una urna al azar y se extraen simultáneamente dos bolas resultando ser una blanca y la otra roja. ¿Cuál es la probabilidad de que se haya elegido A_2 ó A_3.

Solución

Se tiene $p(A_1) = p(A_2) = p(A_3) = 1/3$

Sea B = suceso sacar 1 b y 1 r.

$$p(B/A_1) = \frac{\binom{1}{1}\binom{3}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5};\ p(B/A_2) = \frac{\binom{2}{1}\binom{1}{1}}{\binom{4}{2}} = \frac{2}{16} = \frac{1}{3};\ p(B/A_3) = \frac{\binom{4}{1}\binom{3}{1}}{\binom{12}{2}} = \frac{12}{6.11} = \frac{2}{11};$$

$$\text{Luego } p(B) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{2}{11}\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{33+55+30}{165}\right) = \frac{118}{495}$$

$$\text{Como } p(A_2 \cup A_3 /B) = 1 - p(A_1 /B) = 1 - \frac{\frac{1}{15}}{\frac{118}{495}} = 1 - \frac{33}{118} = \frac{85}{118}$$

E) *Distribuciones Binomiales*

1. La probabilidad de obtener sobresaliente en un examen es 0,85, si se estudia mucho. Un alumno estudia mucho en cuatro exámenes. ¿Cuál es la probabilidad de no obtener ningún sobresaliente? ¿Cuál es la probabilidad de tener exactamente dos sobresalientes?

2. La probabilidad de que un jugador de golf haga hoyo en un lanzamiento a una cierta distancia es 0,3. Si lo intenta 5 veces, calcular la probabilidad de que:

a) no acierte ninguna; b) acierte alguna; c) acierte 2.

Solución

Es una binomial B(5, 0,3)

a) P(5 fallos) = P(x =0)= $(0,7)^5$;

b) P(acertar alguna vez) = 1 - P(fallar todas) = 1 - $(0,7)^5$;

c) P(acierte 2) =P(x =2) = $\binom{5}{2} 0{,}3^2 . 0{,}7^3$

3. La probabilidad de ser varón es 0,52. Si un matrimonio tiene 4 hijos calcula la probabilidad:

a) de que todos sean varones

b) de que al menos haya una chica

Actividades de repaso

1. Una urna contiene tres bolas rojas y dos verdes y otra contiene dos bolas rojas y tres verdes. Se toma, al azar, una bola de cada urna. Escribe el espacio muestral. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean del mismo color?¿ y la de que sean de distinto color?.

2. Lanzamos una moneda hasta observar la segunda cara. ¿Cuál es la probabilidad de observar dos cruces antes de que se observe la segunda cara.

3. Se lanza un dado 6 veces, ¿cuál es la probabilidad de obtener puntuación par en los lanzamientos impares e impar en los lanzamientos pares?

4. De una baraja de 40 cartas se extraen dos de ellas a la vez. Calcula la probabilidad de que:
a) las dos sean reyes
b) Una sea copas y otra el rey de espadas.
c) al menos una sea copas.

5. Un 65% de los alumnos de un centro han aprobado Matemáticas, un 70% ha aprobado Filosofía, y un 53% ha aprobado ambas materias. Si se elige al azar un estudiante, calcúlese la probabilidad de que:

a) haya aprobado al menos una de las dos materias.
b) haya suspendido ambas materias
c) Si aprobó Matemáticas ¿Cuál es la probabilidad de haber aprobado filosifía?

6. Un jugador de tenis tiene una probabilidad de ganar una partida 0,25. si juega cuatro partidas calcula la probabilidad de ganar más de la mitad.

7. La ciudad A tiene el doble de habitantes que la ciudad B. Un 10% de habitantes de la ciudad A son alérgicos y un 30% de la ciudad B son alérgicos. Se selecciona a un ciudadano sin saber de que población es. Deduce razonadamente cuál es la probabilidad de que sea alérgico?

8. ¿Cuál es la probabilidad de que en un grupo de cinco cartas de una baraja española se presenten dos reyes?.

9. Un aparato está formado por dos partes A y B. El proceso de fabricación es tal que la probabilidad de un defecto en A es 0,06 y la probabilidad de un defecto en B es 0,07. ¿Cuál es la probabilidad de que el producto no sea defectuoso?

10. Se lanzan 6 bolas en 3 cajas de modo que cualquiera tenga la misma probabilidad de caer en cualquier caja. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres cajas queden ocupadas?

11. Una caja contiene 5 tornillos defectuosos y 4 aceptables; otra caja contiene 4 defectuosos y 5 aceptables. Se traslada un tornillo de la primera caja a la segunda; a continuación se extrae un tornillo de la segunda caja. ¿Cuál es la probabilidad de que este último sea aceptable?.

12. Se extraen tres cartas de una baraja española. Averigua razonadamente la probabilidad de que al menos una de las caras sea oros en los siguientes supuestos:
a) No se devuelven las cartas después de la extracción
b) Se devuelven las catas después de cada extracción-

13. Un tirador sabe que suele acertar en el blanco una de cada tres veces. Se presenta a un concurso en el que gana si da en el blanco alguna vez y para ello tiene tres oportunidades. ¿Cuál es la probabilidad de ganar?

14. Se sabe que una prueba para la detección de una cierta enfermedad da positiva en el 96% de los casos en que se está enfermo, y negativa en el 94% de los sanos. Cierta persona se somete a la prueba y se sabe que, a su edad, una de cada 145 personas está enferma sin saberlo. ¿Cuál es la probabilidad de que la prueba de positiva?

Si el resultado es positivo ¿Cuál es la probabilidad de que esté enferma realmente?

Si la prueba fueses negativa ¿cuál es la probabilidad de que a pesar de todo esté enferma?